Inspection d'Académie de Tambacounda **Année scolaire 2024/2025**

Niveau : Terminale S2 **Durée: 04Heures**

Epreuve Standardisée des Compositions du second Semestre : Mathématiques

EXERCICE 1: (Complexes) (05pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Unité graphique : 2cm

Soit le polynôme P défini par: $P(z) = z^3 - (7+i)z^2 + 2(8+3i)z - 10(1+i)$, Pour z ∈ ℂ.

1. Montrer que $z_0 = 1 + i$ est une solution de l'équation $P(z) = 0$. [0,5pt]
2. Déterminer les réels a , b et c tels que $P(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$; [0,75pt]
3. Résoudre dans ℂ l'équation $P(z) = 0$; [0,5pt]
4. On considère les points A, B et C du plan d'affixes respectives : $1+i$; $3+i$ et $3-i$.
   a) Placer les points A , B et C dans le repère. [0,75pt]
   b) Calculer et écrire sous forme exponentielle :$\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$; [0,5pt]
   c) En déduire la nature exacte du triangle ABC. [0,5pt]
5. Soit T la similitude directe du plan dans lui-même qui laisse invariant le A et qui transforme B en C.
   a. Donner l'écriture complexe de T. [0,75pt]
   b. En déduire les éléments caractéristiques de T. [0,75pt]

EXERCICE 2: (Probabilité) (04pts)

Partie A : Soit Ω l'univers fini des possibles d'une expérience aléatoire. Soient A et B deux évènements.

1) Exprimer $p(A \cap B)$ en fonction de $p(A)$ et $P(B/A)$. [0,5pt]
2) Démontrer que $P(B) = P(B/A) \times P(A) + P(B/\bar{A}) \times P(\bar{A})$. [0,5pt]

Partie B :

La probabilité que l'élève Abdoul arrive en retard à l'école le 1^{er} jour est $\frac{1}{5}$.

- S'il est en retard un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard est le lendemain est $\frac{1}{20}$.
- S'il est à l'heure un jour donné, la probabilité qu'il soit en retard est le lendemain est $\frac{1}{5}$.

On appelle R_n l'évènement « Abdoul est en retard le jour n" et p_n la probabilité de R_n.

1) Déterminer $p(R_{n+1} \cap R_n)$ et $p(R_{n+1} \cap \overline{R_n})$ en fonction de p_n. [0,75pt]
2) En déduire que $p_{n+1} = -\frac{3}{20}p_n + \frac{1}{5}$. [0,5pt]
3) On pose $\forall\, n \in \mathbb{N}^*, v_n = p_n - \frac{4}{23}$. [0,5pt]
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{3}{20}$. [0,5pt]
   b) Exprimer v_n puis p_n en fonction de n. **[0,5pt]**
   c) Calculer $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} p(\overline{R_n})$. [0,25pt]

Inspection d'Académie de Tambacounda **Année scolaire 2024/2025**

Niveau : Terminale S2 **Durée: 04Heures**

Epreuve Standardisée des Compositions du second Semestre : Mathématiques

PROBLEME : (Etude de fonction) (11pts)

Partie A :

Soit la fonction *f* définie par : $f(x) = \begin{cases} x + 2 + ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| & si\ x < 0 \\ (2+x)e^{-x} & si\ x \geq 0 \end{cases}$;

1. Montrer que *f* est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. [0,5pt]
2. a) Calculer les limites de $f(x)$ aux bornes de son domaine de définition. [0,75pt]
   Préciser les asymptotes parallèles aux axes de coordonnées. [0,5pt]

   b) Calculer la limite de $[\ f(x) - (x+2)\ ]$ en $-\infty$. [0,5pt]

   Interpréter graphiquement le résultat. [0,5pt]
3. a) Etudier la continuité de *f* en 0. [0,5pt]

   b) Démontrer que : $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{-x}-1}{x} = -1$ et que : $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(1-x)}{x} = -1$; [01pt]

   c) En déduire que *f* est dérivable en 0^- et 0^+. *f* est-elle dérivable en 0 ? [0,75pt]
4. Calculer $f'(x)$ pour : [0,5pt]

   a) $x \in]0; +\infty[$; et b) $x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0[$.
5. Etudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in]0; +\infty[$ et pour $x \in]-\infty; -1[\cup]-1; 0[$. [0,5pt]
6. Dresser le tableau de variation de *f*. [0,5pt]
7. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α appartenant à $]-3; -2[$.

   [0,5pt]
8. Tracer (C_f) la courbe représentative de *f* ainsi que toutes ses asymptotes dans un repère orthonormé. [0,5pt]

Partie B :

Soit la fonction g restriction de la fonction *f* à l'intervalle : $]-\infty; -1[$.

1. Montrer que g réalise une bijection de $]-\infty; -1[$ sur un intervalle J à préciser. [0,5pt]
2. On note g^{-1} sa bijection réciproque.
   a) Calculer g(-2). Montrer que g^{-1} est dérivable en ln 3. [0,5pt]
   b) Calculer $(g^{-1})'(\ln 3)$. [0,5pt]
   c) Représenter la courbe de g^{-1} dans le repère précédent. [0,5pt]

Partie C :

Soit H la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $H(x) = \frac{-x^2+2lnx+1}{4x^2}$;

a. Montrer que H est une primitive de la fonction $x \to -\frac{\ln(x)}{x^3}$ sur $]0; +\infty[$. [0,5pt]

b. Calculer l'aire A en cm² de la partie du plan comprise entre la courbe C_f, la droite (D) : y = x et les droites d'équations x=1 et x =e . [01pt]

Fin du Sujet et Bonne Réflexion !